donde

espressione dell'incremento che riceve [// quando, rimanendo costante p., si sposta il cateto opposto a quest'angolo. Ciò posto se dell'elemento superficiale

----------- D2 :zn A *dudv* *d*------------- J_ r,*"\ 2 ***(a* — u* — v²)***

si prende l'integrale rispetto a *v,* fra *v* = o e *v* = *u* tg [/., che si trova essere

R^2 *a* sen *p.ttdit*

ossia

si ha l'incremento che riceve l'area del triangolo considerato, quando si sposta il cateto opposto all'angolo {/.. Integrando di nuovo fra [/.' = 90° — [/. e [/.' = [/, (dei quali valori il primo evidentemente corrisponde ad *u* = o), si ottiene

R:

i----0-

espressione dell'area totale del triangolo rettangolo. Da questa si passa tosto a quella di un triangolo geodetico qualunque *AB* C, dividendolo in due triangoli rettangoli con una geodetica condotta da un vertice normalmente al lato opposto, e si trova

Questa espressione, dovendo riuscire positiva, manifesta che la somma dei tre angoli di un triangolo geodetico qualunque non può mai eccedere 180°. Se essa fosse eguale a 180° in un solo triangolo, di dimensioni finite, bisognerebbe che fosse *R* = oo *y* ed allora in ogni altro triangolo finito si avrebbe parimente *A* -f~ *B* -f- C = -re. Ma per *R* = oo Li (9) da A == *irr* — 2/ , quindi l'angolo di parallelismo sarebbe necessariamente retto ; e reciprocamente. Queste sono pure le conclusioni cui giunge la geometria noneuclidea.

Il triangolo formato da una geodetica e dalle due geodetiche ad essa parallele condotte per un punto esterno, ha due angoli nulli ed il terzo eguale a 2 A ; quindi la sua area è finita e data da